CiberEduca.com

Psicólogos y pedagogos al servicio de la educación

www.cibereduca.com

V Congreso Internacional Virtual de Educación
7-27 de Febrero de 2005

EL SOFTWARE EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA: FORTALEZAS, OPORTUNIDADES, DEBILIDAD-ES Y AMENAZAS

Raquel Susana Abrate
raquelabrate@arnet.com.ar

Marcel David Pochulu
mpochulu@arnet.com.ar

Universidad Nacional de Villa María
Instituto Académico Pedagógico de Ciencias Básicas y Aplicadas
Campus Universitario – Arturo Jauretche 1.555
Villa María – Provincia de Córdoba – Argentina

Resumen

El uso de recursos informáticos en la escuela tiene ya una historia de más de 20 años, sin embargo, la incorporación sistemática y oficial de estas herramientas al sistema educativo ha sido mucho más reciente, donde los estudios y evaluaciones que dan cuenta de los resultados de su incorporación, aún están en vías de desarrollo. De todos modos, las políticas educativas actuales están incorporando la informatización del aprendizaje como un aspecto central de la capacitación que llevan a cabo.

Lo cierto es que, frente a la toma de decisiones respecto de qué utilizar y en qué contexto, el profesor no siempre posee criterios claros que le permiten estar seguro si el recurso informático que elige, resulta un apoyo real al proceso de aprendizaje de sus alumnos. En este sentido, el presente trabajo analiza algunas de las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas que presenta el software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Palabras claves: software matemático, fortalezas, debilidades, oportunidades, amenazas.

Índice de contenidos

1. Introducción

2. El software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

2.1. Fortalezas

2.2. Oportunidades.

2.3. Debilidades.

2.4. Amenazas.

3. Conclusiones.

4. Bibliografía.

1. Introducción

En las últimas dos décadas el desarrollo de la tecnología electrónica e informática ha tomado un impulso tal que se ha introducido en casi todos los ámbitos de la sociedad humana, en aspectos sociales, económicos y científicos, incluyendo a la educación y la matemática. Estos avances tecnológicos supuestamente tendrían que hacer reflexionar a las autoridades educativas – pero más que nada a los docentes – de una manera seria y responsable sobre las implicaciones que pueden tener sobre los procesos educativos, y del apoyo que brindan en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Sabemos que las computadoras y las calculadoras ostentan una retroalimentación casi instantánea, pues la capacidad de manejo de información que poseen posibilita dar respuestas rápidas a las acciones emprendidas por el usuario y éste, utilizando habilidades que no sólo se quedan en los algoritmos, está en condiciones de aceptar o no la respuesta, de rectificar si es necesario las condiciones, sin estar supeditado a otra persona, a un suceso o a un texto.

Una cuestión insoslayable es que el uso de estas herramientas tecnológicas no proveerá una solución a todos los problemas educativos. De hecho, en algunas ocasiones no existe garantía de que proporcione soluciones a algún problema en particular y, en otras, podrá generar más problemas aún. Mucho depende del profesor el éxito o fracaso de su uso.

En otras palabras, sería ingenuo pensar que el uso de la informática y la tecnología en educación, por sí mismo, representa una mejora en el aprendizaje de la matemática: es el profesor, con su labor, quien tendrá la responsabilidad de plantear las actividades en función del curso que está impartiendo a fin de utilizar racionalmente esta herramienta.

Aceptar que con la sola introducción de esta tecnología a la educación se resolverán los problemas educativos y que el individuo aprenderá casi automáticamente, implica aceptar que la capacidad cognitiva del ser humano es equiparable a la de una computadora actual y negar la complejidad de los fenómenos educativos.

Por sus capacidades, tanto de cómputo como de graficación, las computadoras se presentan como un medio que sirve para poner al estudiante en contacto con cierto conocimiento. Esta función, de hecho, no es nada trivial y es donde al parecer hay más obstáculos en su utilización, pues el conocimiento que se aprende queda mediado por la computadora – ya que es una herramienta – que lo afecta y lo modifica. Como expresan Watzlawick y Krieg (1995), los medios pueden ser entendidos como intermediarios de realidades, pero también pueden ayudar a aproximarnos y comprender más la realidad.

2. El software en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La enseñanza de la matemática, así como su aprendizaje, no ha sido tarea fácil a través de los años, y muchos docentes han llegado a tener la sensación de que carecen de una metodología apropiada o de recursos didácticos que faciliten los procesos de enseñanza y aprendizaje de sus alumnos. Por otra parte, también puede deberse al carácter abstracto que se le confiere a la misma ciencia, o bien a la forma en la cual el alumno recibe su enseñanza, basada muchas veces en enfoques tradicionales que se encuentran centrados más que todo en números y letras carentes de sentido.

Una herramienta de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática se presenta en el software educativo; el cual, si está bien elaborado y se hace un uso adecuado de él, puede mejorar notablemente el interés y la construcción de conocimiento matemático en los alumnos. No obstante, es necesario que todo docente conozca algunas normas y criterios para la selección de un buen software de matemática, puesto que de ello dependerá que se fortalezca el aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, es de destacar que las políticas educativas actuales, al menos en Argentina, están incorporando la informatización del aprendizaje como un aspecto central de la capacitación que llevan a cabo. Lo cierto es que, frente a la toma de decisiones respecto a qué utilizar y en qué contexto, el docente no siempre posee criterios claros que le permiten estar seguro si el recurso informático que elige resulta un apoyo real al proceso de aprendizaje de sus alumnos.

En este sentido, el presente trabajo analiza algunas de las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas que presenta el software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, las que se detallan y describen a continuación.

2.1. Fortalezas.

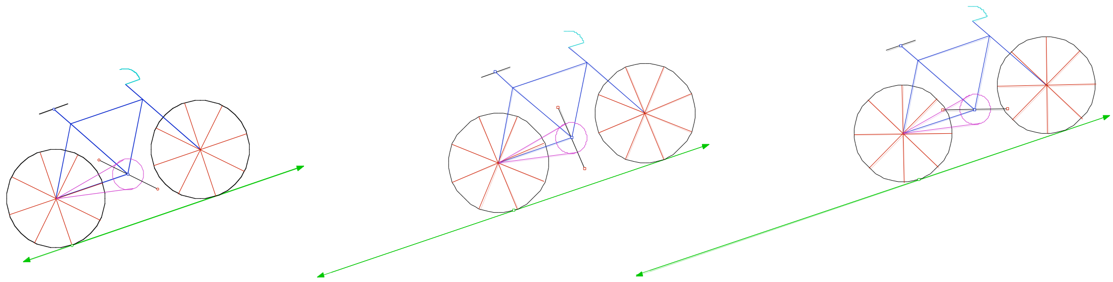
El uso del software educativo en matemática, en sus diversas modalidades, ofrece, tanto a docentes como a estudiantes, ciertas fortalezas sobre otros métodos de enseñanza tales como:

- Conecta a la matemática con otras áreas de conocimiento.

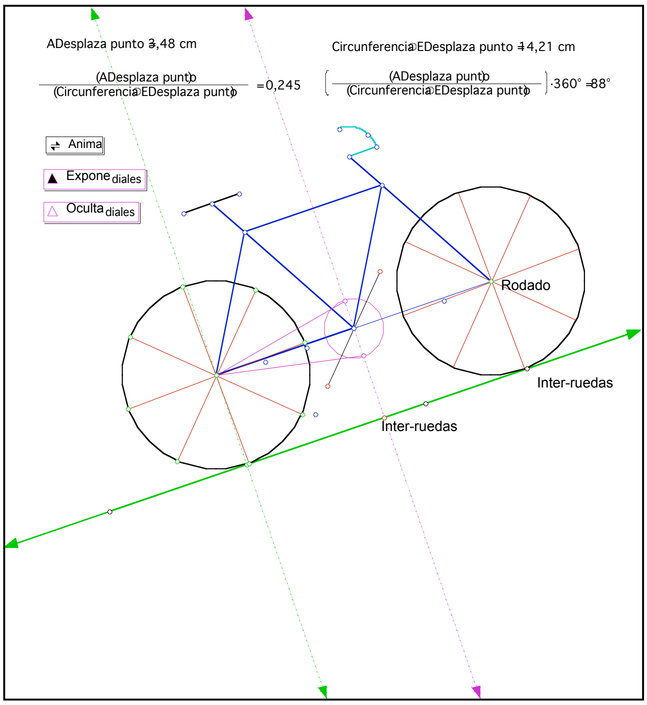
Las herramientas computacionales han modificado profundamente la naturaleza de las exploraciones y la relación de dichas exploraciones con la sistematicidad del pensamiento matemático. Hoy en día existe una cantidad innumerable de paquetes computacionales que permiten generar una forma de realidad virtual asociada a los objetos conceptuales de la matemática y los trae, virtualizados ya, a la pantalla en donde podemos manipularlos con amplitud.

Con relación a estas herramientas, Balacheff y Kaput (1996), han señalado que su mayor impacto se encuentra en el carácter epistemológico, ya que las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático. Esto es, los objetos virtuales que aparecen sobre la pantalla se pueden manipular de forma tal que se genera una sensación de existencia casi material, dando la posibilidad de introducir cambios y comprobar el efecto de los mismos.

Un ejemplo de ello lo constituye la geometría dinámica, donde es posible conectar a la matemática con otras áreas del currículo como la física y la tecnología. Esta conexión puede ser lograda a través del estudio de los mecanismos, puesto que ayudan a los estudiantes a comprender el proceso mismo de matematización de situaciones reales a partir de la investigación de los objetos del entorno. Así, por citar un ejemplo, podemos construir una bicicleta que se desplace sobre una línea recta que simula un camino.



Secuencia del movimiento de una bicicleta realizada con un software de geometría dinámica



En el proceso de construcción, es necesario discriminar los elementos esenciales de los que sólo son accesorios. Después hay que traducir la situación real a la sintaxis del programa – y al propio lenguaje utilizado en matemática – y emplear todas las herramientas al alcance de nuestra mano para resolver el problema planteado: medida, cálculo, utilización de propiedades y teoremas, entre otras, las cuales, generalmente suelen permanecer ocultas en el diseño final.

En otras palabras, podemos decir que estos objetos sobre la pantalla son modelos manipulables de objetos matemáticos. Estos modelos, contribuyen a una mayor interrelación entre la exploración y la sistematicidad, ya que ofrecen mayor capacidad de cálculo, y mayor poder expresivo y flexibilidad en la transferencia entre sistemas de representación.

Posibilita la creación de micromundos que le permiten al estudiante explorar y c-onjeturar.

Las situaciones de orden cognitivo y epistemológico a que nos hemos referido anteriormente, conllevan a los llamados micromundos computacionales (Balacheff y Kaput, 1996*)*. En términos más precisos, podemos decir que un micromundo está compuesto de:

a) Un conjunto de objetos primitivos y operaciones que se realizan sobre estos objetos que permite la operación formal del micromundo.

b) Un dominio fenomenológico, que relaciona los objetos y las operaciones con los fenómenos que podemos apreciar a nivel de la pantalla.

Este dominio determina el tipo de retroalimentación que se produce como consecuencia de las acciones y decisiones que toma el estudiante durante la exploración. Puesto que no están predeterminadas las acciones del estudiante, él podrá explorar la estructura de los objetos, relaciones y registros representacionales que le suministra el micromundo. Podrá, incluso, generar nuevos objetos complejos a partir de los objetos primitivos originales.

Por ejemplo, explorar el período de los números racionales 1/n, con n entero, resulta sumamente sencillo con un software como *Maple* o *Mathematica*, ya que es configurable para que muestre en pantalla la cantidad de dígitos que uno desea. En consecuencia, podríamos trabajar con 53 dígitos, y determinar el período de 1/19.

La secuencia de comandos arrojaría los siguientes resultados:

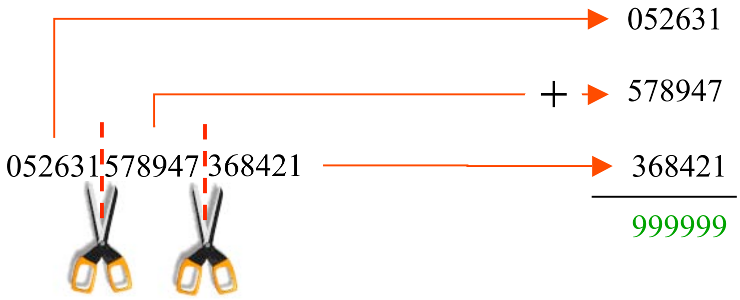
```
> Digits:=53:
> evalf(1/19);
        .052631578947368421052631578947368421052631578947368421
```

Donde resulta evidente la serie de números que conforman el período del número, la cual hemos marcado con diferentes coloraciones en el ejemplo:

. 052631578947368421052631578947368421052631578947368421

Si dividimos al período en dos partes, y sumamos las mismas, podemos apreciar que se obtiene una secuencia de nueves.

Situación que se repite si dividimos el período en tres partes:



Podríamos continuar de esta manera tomando todos los divisores del 18 – que es la cantidad de dígitos que tiene el período de 1/19 – y la presencia de ciertas regularidades nos llevaría a conjeturar si son comunes en todos, o sólo en algunos racionales de la forma 1/n. En estas instancias, el software puede ayudarnos notablemente para efectuar una exploración de estos micromundos.

Permite el desarrollo cognitivo del alumno, la atención individual, el control del tiempo y la secuencia del aprendizaje, fomentando el trabajo individual o grupal, la participación activa en la construcción del conocimiento, estableciendo una interesante faz de interacción entre el usuario y la máquina.

Asumimos que una de las metas más importantes que tenemos como educadores es la de enseñar a aprender, puesto que otorga al estudiante el poder de controlar su propia educación, le permite desarrollar toda su potencialidad intelectual, y logra liberarlo de las constricciones de tiempo y lugar que tienen los métodos de tipo presencial. Asimismo, el enseñar a aprender permite que el alumno siga a su propio ritmo y se convierta en un agente activo de la propia construcción de conocimiento matemático.

Sabemos que este enfoque necesita de la activa participación del estudiante como responsable del propio aprendizaje, y a su vez, requiere contar con docentes capaces de innovar, crear y recrear la práctica educativa.

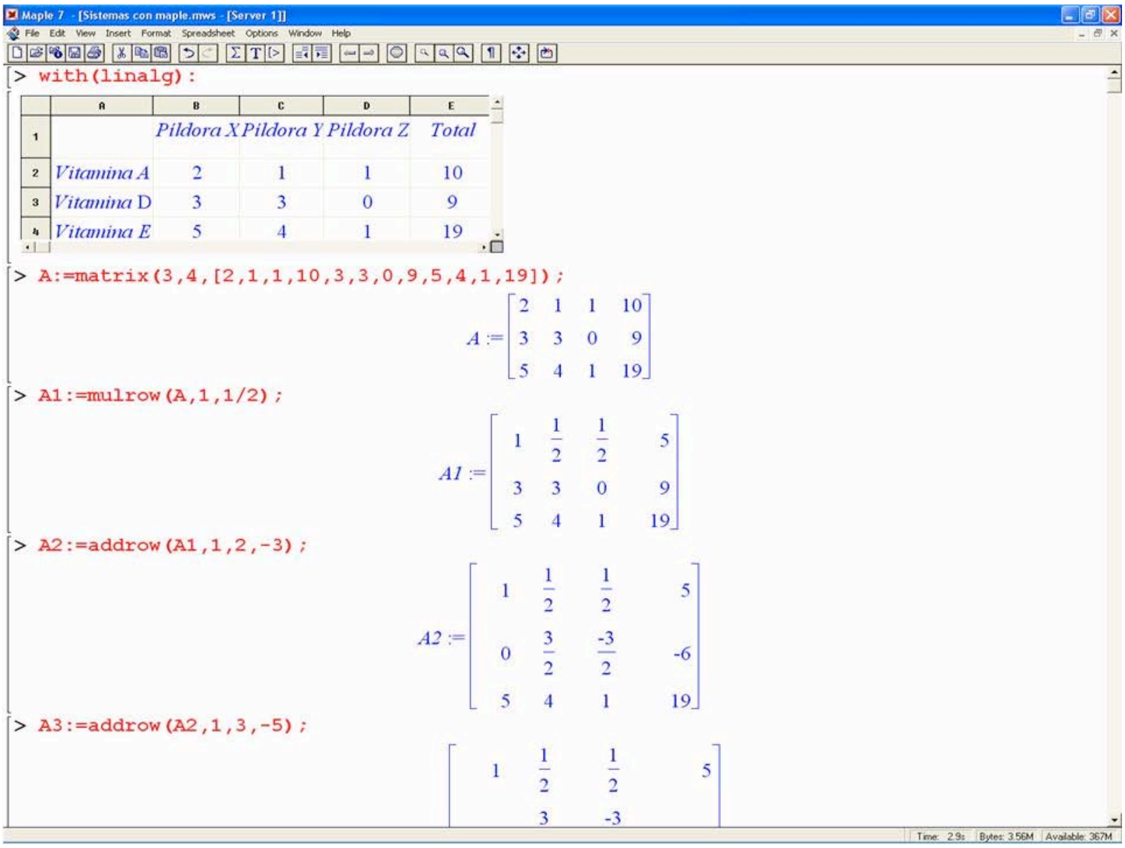
Estas instancias de autogestión del aprendizaje, pueden ser activadas por la presencia del software educativo, puesto que logra abrir múltiples canales de información y comunicación con el usuario, y actúa como mediador entre los materiales de estudio y los objetivos educativos propuestos en las actividades.

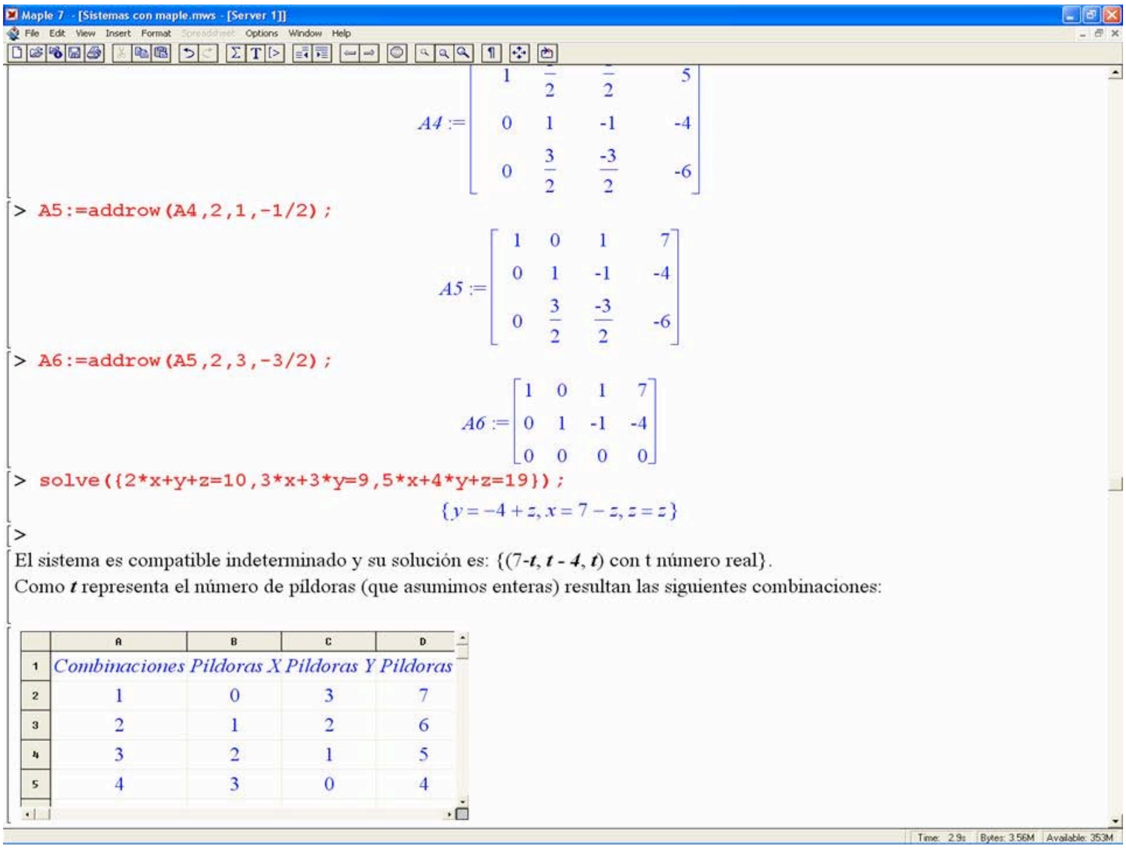
Imaginemos, por ejemplo, que proponemos la resolución de una situación problemática[1] y disponemos de un software educativo (en nuestro caso usaremos *Maple*):

> *A una persona le prescribió el doctor tomar 10 unidades de vitamina A, 9 unidades de vitamina D y 19 unidades de vitamina E diariamente. Le persona puede elegir entre tres marcas de píldoras vitamínicas. La marca X contiene 2 unidades de vitamina A, 3 de vitamina D y 5 de vitamina E; la marca Y tiene 1, 3 y 4 unidades, respectivamente y la marca Z tiene 1 unidad de vitamina A, ninguna de vitamina D y 1 unidad de vitamina E.*
>
> *a. Encuentre todas las combinaciones posibles de píldoras que proporcionen de manera exacta las cantidades requeridas.*

El alumno podrá definir las variables que intervienen en el problema, armar la matriz ampliada del sistema y efectuará las operaciones elementales que considera conveniente, trabajando a su propio ritmo, y estableciendo una importante faz de interacción con el software, lo que le permitirá corregir sus desarrollos cuando sea necesario.

[1] Problema extraído de. Haeussler y Paul (1997). Matemáticas para administración, Economía, Ciencias Sociales y de la vida. México: Prentice-Hall Hispanoamericana S.A. Pg. 260





Asimismo, es de destacar que el empleo del software le permitirá al alumno verificar las respuestas de manera ágil, o constatar si los desarrollos llevados a cabo son correctos.

Admite que el alumno pueda aprender de sus errores, a través de una retroalim e-ntación inmediata y efectiva.

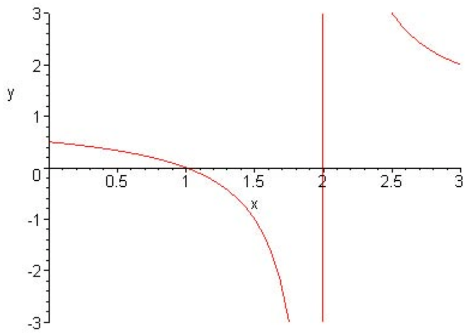
Continuando con la línea de análisis que iniciamos en el apartado anterior, podemos ver que el software educativo ofrece respuestas instantáneas al usuario cuando la secue-ncia de comandos, órdenes y operaciones que se introducen escapan a la lógica interna de la matemática, produciendo, de esta manera, una retroalimentación inmediata que lleva a aprender de los errores que se cometen.

Por ejemplo, si cargamos en *Maple* la ecuación lineal $3x + 5 = 7$, el software nos devolverá un mensaje de error, puesto que no interpreta la operación "implícita" que vincula al número 3 con la variable "*x*".

```
> 3x+5=7;
Error, missing operator or `;`
```

Asimismo, si queremos graficar a $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$ en el intervalo [0 , 3], veremos que en su representación aparece una línea vertical que nos delata la discontinuidad de la función para el valor de $x = 2$.

```
> plot((x-1)/(x-2),x=0..3, y=-3..3);
```



Lo cual nos lleva a replantearnos cuál es el dominio que le está asignado el software a la función, cuando lleva a cabo su representación gráfica, puesto que de la manera que es presentada no sería una función. Una correcta representación deviene si tenemos en cue-nta el dominio de definición de $f(x)$, o que la función es discontinua en $x = 2$.

Tiene precisión científica: en cuanto a la presentación de los hechos y principios, y al empleo de la terminología técnica.

Hacemos alusión aquí al uso de paquetes de programas de computación que proporci-onaban en forma rápida los cálculos requeridos para un determinado proceso, donde además, es posible realizar operaciones algebraicas, derivación e integración en forma simbólica y numérica con un alto grado de precisión. Muchos de ellos, como *Mathematica, Derive* o *Maple*, poseen un potente y complejo aparato de funciones matemáticas, las cuales se instrumentan a través de un lenguaje con comandos muy sofisticados.

```
> taylor(exp(x),x=3,4);
```

$$e^3 + e^3 (x-3) + \frac{1}{2} e^3 (x-3)^2 + \frac{1}{6} e^3 (x-3)^3 + O((x-3)^4)$$

```
> solve(x^3+x^2-x-10=0);
```

$$2, -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} I \sqrt{11}, -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} I \sqrt{11}$$

```
> Int(exp(x)*cos(x)^2,x)=int(exp(x)*cos(x)^2,x);
```

$$\int e^x \cos(x)^2 \, dx = \frac{1}{5} (\cos(x) + 2 \sin(x)) e^x \cos(x) + \frac{2}{5} e^x$$

Como dificultad notable, podemos encontrar que estos manipuladores simbólicos ocultan el proceso de solución que llevan a cabo, lo cual muchas veces resulta una parte importante para los fines o metas que persigue un curso. De todos modos, quedará en manos del docente la posibilidad de diagramar las actividades para que esto no ocurra de esta manera.

Hace énfasis en los esquemas de razonamientos especiales y característicos en los que se basa la matemática para demostrar los teoremas, o por lo menos, los teoremas o proposiciones principales.

Desde un enfoque constructivista del conocimiento matemático, el estudiante tiene que involucrarse en algún tipo de actividad que derive hacia la adquisición de una operación. Un concepto puede ser construido a través de la adquisición y conexión de sus operaciones constituyentes y es la organización de grupo de estas operaciones la que le da la flexibilidad para su aplicación en una variedad de situaciones.

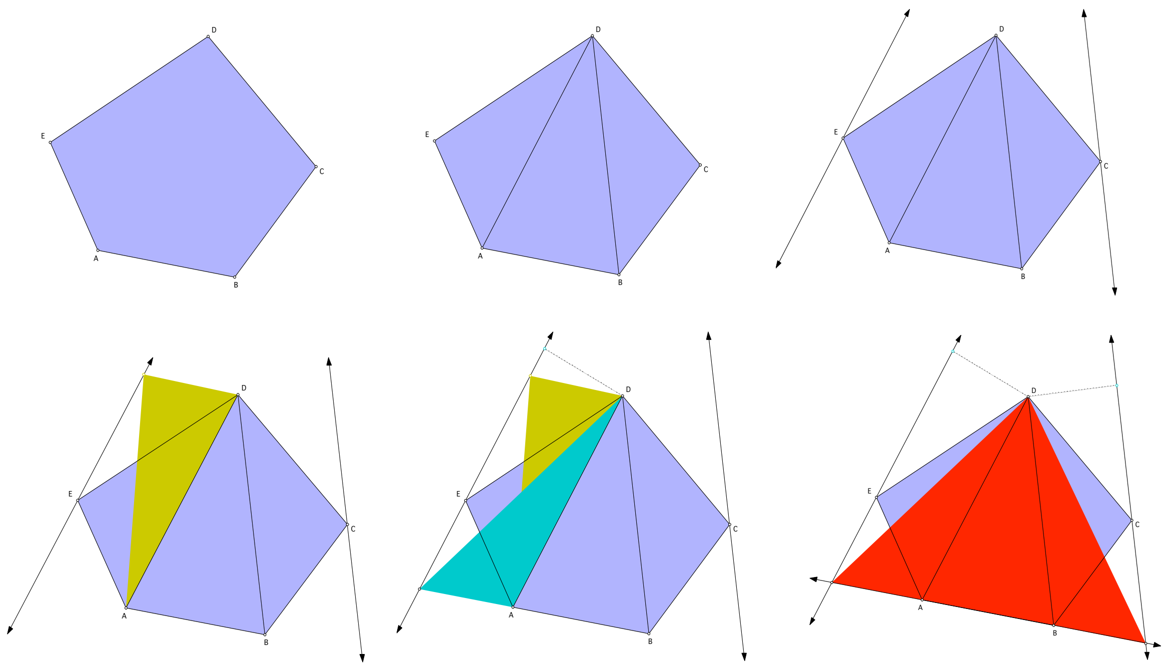
Sabemos, por otra parte, que no siempre las actividades que proponemos en nuestras clases garantizan que el estudiante las realizará para adquirir significativamente un concepto en particular, explorando sus relaciones, y siendo capaz de aplicar los conceptos adquiridos en otros contextos o entornos de aprendizajes similares.

Sin embargo, un punto muy importante a tener en cuenta dentro de esta situación lo constituye el uso del software educativo como productor o constructor de “herramientas” para el aprendizaje y desarrollo de conceptos matemáticos.

Muchos paquetes computacionales han desarrollado funciones u objetos que son, a su vez, parte de un constructo cognitivo más amplio, y con lenguajes que facilitan la construcción de este tipo de herramientas. Entre ellos, podemos citar a: *Logo*, *Function Machines*, *Boxer*, *Interactive Physics*, *Mathematica*, *Maple*, *Mathlab, Cabri-Geomètre*, *GeoLab*, *Geometer's Sketchpad*, entre otros.

Consideremos, por ejemplo, que proponemos a nuestros alumnos la construcción de un triángulo que tenga igual área que la de un pentágono dado.

Si trazamos dos diagonales del pentágono, y rectas paralelas a ellas, podremos constatar que todos los triángulos que las tienen por base – con el vértice restante sobre una paralela a ella – resultan tener sus áreas iguales.



Por consiguiente, sólo es cuestión que ubiquemos los triángulos estratégicamente – un lado coincidente con la recta que contiene al del pentágono – para cumplir con la consigna. Las fases de justificaciones de la construcción, hallan aquí su sustento teórico en los teoremas y propiedades de la geometría plana, los cuales pueden ser redescubiertos mediante el software, que permite, además, constatar y convencerse de la veracidad de las proposiciones por medio de un número, no infinito, pero sí muy grande de casos particulares.

2.2. Oportunidades.

Asimismo, podemos referirnos a las potencialidades que en el trabajo docente puede tener el software educativo, tales como:

- Facilita la elaboración de material didáctico que se emplearán de manera impresa.

Asumimos que en la elaboración de material didáctico que desarrolle contenidos y las estrategias de aprendizaje de esos contenidos, debe cuidarse notablemente la comunicación entre el autor y el interlocutor del texto.

Un material de aprendizaje exige el cuidado de la forma del texto, porque “la forma también educa”, sobre todo, cuando la intención es educativa. La forma debe comunicar claridad, organización lógica, belleza, expresividad, originalidad, coherencia; y de allí el cuidado en la elaboración del material.

Es precisamente aquí donde la computación ha dotado a la comunidad educativa de una herramienta de trabajo invaluable: los procesadores de texto. Facilidades como elegir tipo y tamaño de letra; combinación de texto y gráficas; símbolos, fórmulas y expresiones particulares de la matemática; revisión ortográfica; son algunas de las facilidades que ellos nos proveen.

Este uso particular del software educativo se ha popularizado tanto que en la actualidad prácticamente pasó a ser la única forma aceptada para comunicar los trabajos a las revistas de carácter científico, congresos o editores de libros.

Asimismo, estos paquetes computacionales tienen la posibilidad de guardar la información en diferentes soportes, la cual, a lo largo de un curso o de varios cursos, puede ser modificada para ir adaptándola o mejorando de acuerdo con las necesidades que el docente percibe.

Por último, debemos recordar que el lenguaje gráfico, los iconos, las imágenes, la distribución armoniosa de los elementos verbales e icónicos, los espacios en blanco, la “arquitectura del texto” educa, porque el acto educativo requiere percepción, emoción, sentimientos, tanto como ideas y procesos de pensamiento.

- Permite exponer algún tema o concepto a través de medios audiovisuales, utilizando herramientas como cañones y proyectores de pantalla líquida que logran mostrar de manera masiva lo que está ocurriendo en la pantalla de la computadora.

En este uso particular, el docente puede manipular presentaciones – ya sea por medio de diapositivas o usando un software matemático particular – para escapar de la monotonía de las clases, para facilitar la exposición y explicación de ciertos contenidos matemáticos, o para aprovechar didácticamente muchos materiales realizados por profesores, alumnos y personas ajenas al mundo educativo.

Por otra parte, es de destacar que los medios audiovisuales posibilitan que las clases puedan ser más vistosas a muy bajo costo, facilitando a los estudiantes el seguimiento de las explicaciones del profesor, ya que logra aprovechar las relaciones entre texto, imagen y sonido, para potenciar la comunicación.

Brinda la posibilidad de acceder a paquetes computacionales adecuados a cada contenido y nivel educativo, ya sea por el vocabulario empleado, complejidad, ilustraciones, etc.

Sabemos que existen paquetes computacionales de diversa complejidad, desde los que no requieren de un entrenamiento largo y riguroso para su manejo, hasta aquellos que demandan sólidos conocimientos de lenguajes de programación y no siempre se pueden implementar fácilmente en los cursos de matemática. De todos modos, la mayoría de ellos han sido creados especialmente para ser utilizados en contextos educativos particulares y para cierto nivel evolutivo de los alumnos.

A tal efecto, si se quiere asegurar el buen uso o instrumentación de un software educativo, se debe conocer su capacidad de incidencia, así como las consecuencias de su utilización. Es decir, se tiene que haber investigado la utilización del mismo y haber experimentado las consecuencias de su aplicación. Sólo de esta manera, la práctica educativa con software podrá ser eficaz y cumplir con los objetivos que se pretenden alcanzar.

Logra desarrollar la capacidad de abstracción, razonamiento lógico y matematización de situaciones.

Creemos que el aprendizaje no se limita a un proceso de repetición y de memorización. El poder razonar, cuestionar, innovar, modificar e investigar nuevos caminos y metodologías son capacidades que deben ser valoradas para llevarnos más rápidamente a verdaderos procesos de aprendizaje.

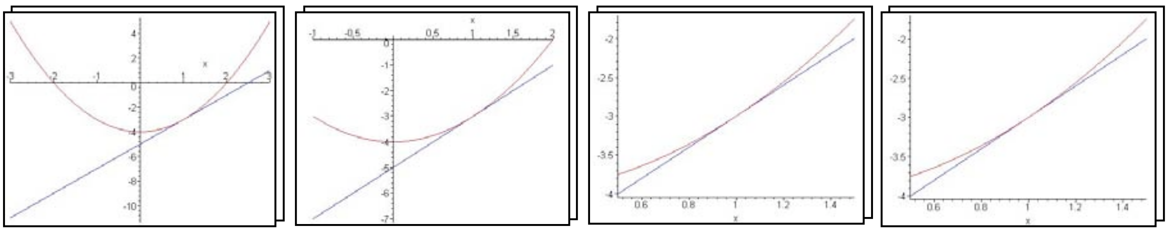
En este sentido, las nuevas propuestas educativas buscan y sugieren desarrollar en el estudiante la capacidad de observación, el razonamiento lógico, las habilidades de pensamiento simbólico, actitudes y valores para la explicación y aplicación de los métodos particulares utilizados por las ciencias, el desarrollo humano, y el uso adecuado de los recursos informáticos.

No obstante, para que los estudiantes estén preparados para usar los recursos informáticos disponibles de forma eficiente y positivamente, los profesores deben ser capaces de integrar la tecnología en el aula, directa o indirectamente. En consecuencia, los docentes de todos los niveles también necesitan imperiosamente la constante capacitación e integración a las nuevas modalidades de aprendizaje y enseñanza.

Ante el creciente aumento de la disponibilidad del conocimiento, también aumenta la responsabilidad por ofrecer contenidos educativos que faciliten el aprendizaje, lo cual es posible, como un camino alternativo más, por medio del software educativo. Con él, tenemos la posibilidad de generar materiales didácticos que incluyan ambientes agradables y actividades interesantes, desafiantes, que gusten e interesen al alumno. Estos aspectos son obligados en los modelos educativos actuales, y debemos recordar que no se atienden los mismos requisitos en una clase tradicional.

Por citar un ejemplo, podemos mencionar una actividad que presentamos a nuestros alumnos, la cual consistió en el análisis de los puntos de "contacto" que tenían las funciones $f(x) = x^2 - 4$ y $g(x) = 2x - 5$.

Cuando los estudiantes hicieron un estudio de las gráficas realizadas con el software, veían que existía más de un punto de contacto entre las funciones, lo cual constataban cuando consideraban rangos de graficación cada vez más cercanos al valor de $x = 1$.



Sin embargo, cuando hacían un análisis algebraico encontraban que el punto de contacto era único:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 4 \\ g(x) = 2x - 5 \end{cases} \Rightarrow\ x^2 - 4 = 2x - 5\ \Rightarrow\ x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow\ x_1 = x_2 = 1$$

El desafío se presentaba ahora en tratar de explicar por qué sus respuestas eran disímiles y qué argumentos podían dar a favor o en contra de lo realizado, la diferencia entre "mostrar" y "demostrar" un hecho matemático, la importancia – y al mismo tiempo dificultades – que presentan los modelos visuales dentro de la matemática, etc.

Inicia al estudiante en el ejercicio de la modelización matemática de situaciones reales, más o menos complejas, en las que se puede percibir la enorme potencia y eficacia de las herramientas que dispone.

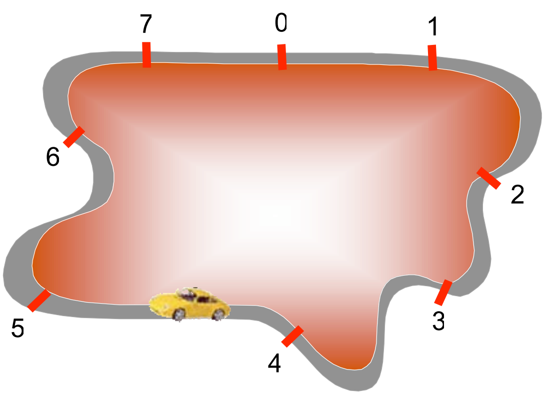
En una concepción constructivista del aprendizaje, las personas necesitan de experiencias y modelos sobre los cuales puedan sustentar los conocimientos que adquieren, puesto que mediante la manipulación, el estudiante adquiere una percepción más dinámica de las ideas.

No obstante, el inconveniente más grave es, sin duda, el tiempo consumido en la confección del modelo. Desde el punto de vista matemático, este tiempo se dará siempre por bien empleado si la actividad reflexiva y creadora domina sobre la estrictamente manual.

De aquí que resulte propicio apoyarse en el software educativo, el cual puede realizar de manera muy sencilla uno o más procesos relativamente complejos – desde el punto de vista operativo – permitiéndonos evaluar o ejercitar algoritmos matemáticos, que hechos de otra manera podrían ser terriblemente laboriosos, o nos podría llevar a caer en la perdida o extravío del verdadero concepto que se pretende enseñar. Además, precisamente por lo laborioso, los estudiantes muchas veces no logran tener una visión completa del problema o algoritmo en cuestión.

Como ejemplo, citamos una situación que presentamos a nuestros alumnos del Profesorado en Matemática, con la intención de modelizar situaciones a través de funciones polinómicas.

El problema solicitaba que se encontrara un modelo que describiera la posición y la velocidad de un auto de carrera que se desplazaba por una pista particular, donde ocho observadores registraban el tiempo y la velocidad instantánea del móvil cuando pasaba frente a ellos.



t (seg)	*s (m)*	*v (km/h)*
0	0	190
3,6	200	210
5,9	310	125
14,2	530	65
18,5	600	50
22,1	700	150
26,9	890	130
29,8	1010	160

Modelizar la situación por medio de una función, podría llevarnos a encontrar un “m-onstruoso” polinomio de grado 15 – en el sentido de hallar coeficientes racionales con n-umeradores y denominadores de más de 120 dígitos – lo que conduciría a desistir de su cálculo a cualquier entusiasta de la matemática.

Esta situación, resuelta con un software, no se torna desechable y abre interesantes p-osibilidades para ser profundizada (construcciones de un modelo por *splines* cúbicos, est-udio de la propagación de errores cuando se utilizaban los coeficientes con su expresión decimal, análisis de la velocidad y aceleración en determinados trayectos, etc.)

Modelizar es un arte, pero también un proceso muy importante de aprendizaje. El pr-oceso de modelización sugiere también la necesidad de menos datos o la necesidad de e-xperimentar para descubrir varios aspectos del comportamiento del proceso, los cuales no siempre están bien comprendidos.

Por esta razón, un modelo matemático puede ser sólo una aproximación de los proce-sos reales, los cuales a menudo son muy complejos y hasta parcialmente comprendidos, pero perfectamente viable de ser abordado mediante un software, puesto que existe hoy en día un sinnúmero de paquetes computacionales que poseen herramientas sofisticadas y versátiles que transforman a la modelización matemática en una actividad sumamente interesante y accesible.

Introduce al estudiante en el ejercicio continuo de la experimentación matemática, en tanto permite explorar cómodamente regularidades y pautas de comportamientos de l-os objetos matemáticos, induciéndolo a conjeturar sobre su propia naturaleza.

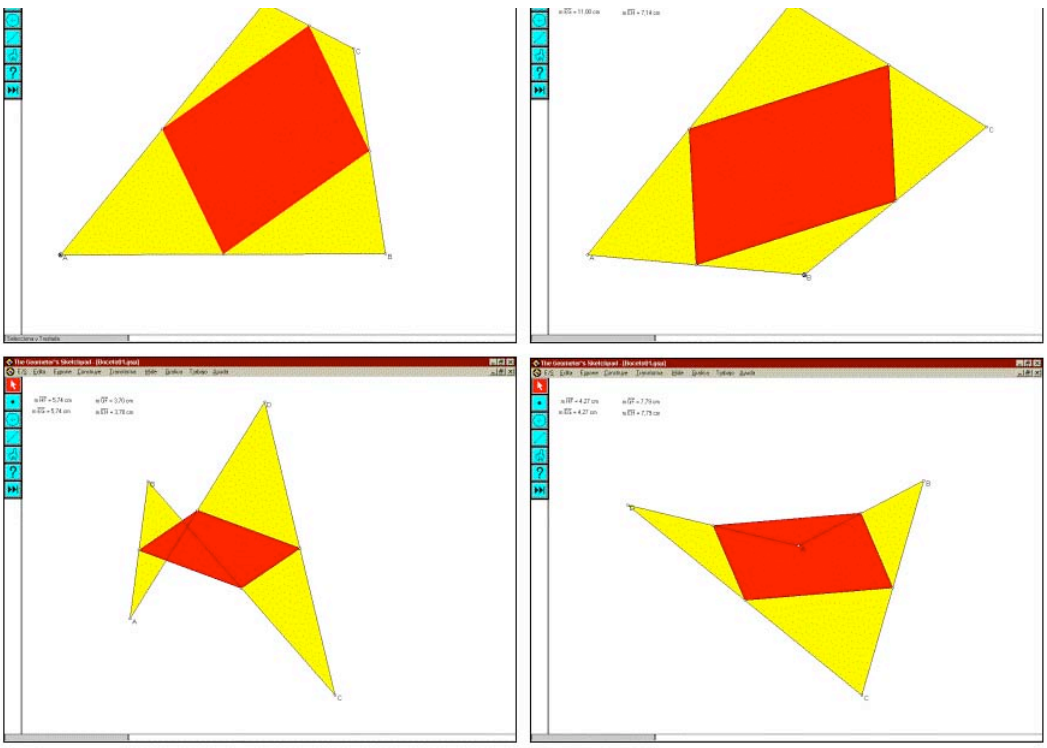
Tradicionalmente, la educación matemática que impartimos a nuestros alumnos se ha visto privilegiaba por la adquisición de un cuerpo de conocimientos ya construido, donde los estudiantes han tenido poco o ningún contacto con el aspecto experimental de la act-ividad matemática. En los últimos años, esta situación se ha visto modificada, tanto por la influencia de enfoques didácticos que incorporan diversas formas de constructivismo, c-omo por la proliferación de recursos informáticos, los cuales han permitido la creación de ambientes donde la experimentación resulta una actividad natural.

En el terreno de la matemática de nivel superior, programas como *Mathematica*, *Ma-ple*, *Matlab* o *Derive* han sido ampliamente utilizados como auxiliares matemáticos por científicos e investigadores, ya sea en tareas prácticas y de investigación, o aquellas que requieren un uso intensivo del cálculo numérico, cálculo simbólico y visualización gráfica. Estos programas, usados no sólo como instrumentos sino también como conjunto de ideas, tienen un gran potencial para la educación matemática, puesto que los procedimientos computacionales permiten, por una parte, la experimentación de diversas fenomenologías matemáticas, y por otra, dan concreción y ayudan a organizar ideas abstractas.

En el terreno de la matemática básica, el uso de la calculadora y de programas como *Logo*, hoja de cálculo, *Cabrí*, *Geometer's Sketchpad*, entre otros, han proporcionado a los educadores ambientes de experimentación y nuevas metáforas para comunicar ideas matemáticas. Así, nos es posible diseñar actividades de aprendizaje en escenarios como la geometría tridimensional, la probabilidad o los fractales, los cuales llegan a ser apropiados para que el estudiante confronte rápidamente problemas no triviales – pero tratables en su nivel – efectúe la exploración detallada de ejemplos paradigmáticos, busque contraejemplos y efectúe una experimentación sistemática con el auxilio de modelos concretos.

La posibilidad de trasladar un conjunto de ideas – junto a otras nuevas que surgirán por el camino – al ordenador, logra dar nueva forma a nuestras ideas debido a la capacidad de cálculo y las posibilidades de tratamiento de la información que tiene el software educativo.

Por ejemplo, podemos pedir "investigar" las propiedades que tiene un cuadrilátero inscripto en otro cuadrilátero por los puntos medios de los lados. Una vez realizada la construcción, podríamos solicitar que nuestros alumnos realicen conjeturas y que luego las demuestren.



En este caso, la visualización juega un papel crucial y confiere mayor confianza a los alumnos a sostener sus conjeturas o refutarlas, puesto que las diferentes “deformaciones” a la que es sometido el cuadrilátero original ponen de manifiesto que el cuadrilátero inscripto es un paralelogramo, más allá que el cuadrilátero inicial sea cóncavo o convexo. El camino siguiente será demostrar que la conjetura es verdadera y para ello deberán apelar a las propiedades vistas durante el curso o en otros anteriores.

Cambia la percepción del estudiante sobre la matemática.

A diario escuchamos a los alumnos argumentar que la matemática les resulta difícil; y no porque el programa de la asignatura no se encuentre bien estructurado, o porque los objetivos que persigue se hallen mal planteados ni porque falte material de apoyo, sino más bien; suele ocurrir que se presentan otras razones tales como: escasa preparación en los docentes para abordar ciertos contenidos que históricamente presentan obstáculos epistemológicos, desconocimiento de técnicas didácticas apropiadas, desinterés del profesorado por mejorar e innovar la forma de enseñar, abordaje de contenidos completamente descontextualizados y poco articulados con los restantes, uso exacerbado de técnicas algorítmicas o rutinas sin fundamentos teóricos, entre otras.

Lo anterior muchas veces trae diversas consecuencias, tales como: aburrimiento, falta de atención de los alumnos, dificultades para atraer el interés, distracción y falta de concentración en las actividades que el profesor determina; todo lo cual contribuye a elevar el índice de reprobación y a consolidar una visión acerca de la matemática asociada con la certeza, y que el saber matemática se relaciona con seguir, recordar y aplicar las reglas que propone el docente.

Una de las principales ventajas que podemos asignarle al software educativo reside en el hecho que logra una mayor motivación de los alumnos por tratarse de un recurso y herramienta que forma parte de las nuevas formas culturales, y por ende, podría contribuir a un cambio de percepción acerca de la matemática.

Este cambio de percepción sienta sus bases en el hecho que, con el software educativo los alumnos pueden descubrir, comprender, reflexionar sobre sus propios conocimientos ante una situación problemática dada (el problema en sí mismo), o lograr descubrir algo antes que el docente lo haya enseñado específicamente. En consecuencia, puede provocar en los estudiantes sensaciones de capacidad, confianza en sí mismos y, sobre tod-o, interés por adquirir los nuevos conocimientos que le permitan corroborar lo descubie-rto y explicar teóricamente su causa. Asimismo, favorece el pensamiento reflexivo, dan-do la posibilidad de revisar las ideas previas y generar nuevas o modificarlas.

2.3. Debilidades.

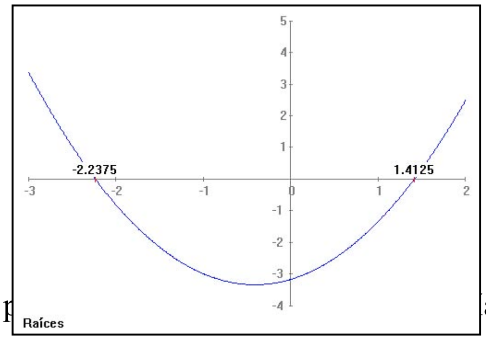
Más allá de las fortalezas y oportunidades mencionadas anteriormente, queremos remar-car la mesura que debería tener, tanto el docente como los alumnos, al momento de utilizar un software matemático como medio de validación del conocimiento que se genera. Se podría habl-ar de manera particular acerca de la enseñanza de la demostración matemática, pues se ha visto repetidamente que el uso de la tecnología no necesariamente lleva a crear la necesidad en los alumnos de realizar una demostración de los resultados que observan, sino que se requieren alg-unos mecanismos extras que el profesor debe promover.

En el caso particular de la matemática misma, se ha estado viendo un avance tremendo en el uso de la informática y de las computadoras en su investigación, por lo que se ha llegado a afirmar que existe la matemática experimental. Como consecuencia de lo anterior, por ejemplo, se ha difundido en algunos niveles la idea de que la demostración matemática, hasta hoy conoc-ida como cadena de deducciones, tiene los días contados, pero las investigaciones sobre el apr-endizaje de la demostración utilizando computadoras no sólo concluye que su enseñanza no está en peligro, sino que presentan evidencia de que es necesaria.

Cabe aclarar en este punto, por citar un ejemplo, que el desarrollo de la geometría diná-mica también ha necesitado un cambio radical en la enseñanza de la demostración. Tradicional-mente el enfoque crítico de la geometría era tratar de crear dudas en la mente de los estudiantes acerca de la validez de sus observaciones empíricas, y luego tratar de motivar la necesidad de una demostración deductiva. En la experiencia, esas estrategias de tratar de generar duda para crear la necesidad de una demostración simplemente no funcionan cuando las conjeturas geomé-tricas se investigan a fondo a través de su variación continua con un software dinámico.

Cuando los alumnos son capaces de producir numerosas configuraciones correspondient-es de manera fácil y rápida, entonces simplemente no tienen necesidad de una verificación o co-mprobación. Aunque los alumnos puedan mostrar que no necesitan convencerse en esas situaci-ones, podemos encontrar relativamente fácil provocar una mayor curiosidad preguntándoles por qué piensan que un resultado particular es verdadero; por ejemplo, desafiándolos a tratarlo y ex-plicarlo. Los alumnos admiten rápidamente que la verificación inductiva sólo confirma; no da un sentido satisfactorio de iluminación; es decir un *insight* o comprensión de cómo eso es una consecuencia de otros resultados familiares. Así, los alumnos aceptan ver la argumentación deductiva como un intento de explicación, más que de verificación.

Por otra parte, podemos encontrar software con gran capacidad de manejo de imágenes y que en realidad constituye todo un portento de programación, pero de una pobreza enorme en su capacidad de enseñar matemática. O bien, software con buenas intenciones didácticas pero con carencia en la programación de los algoritmos empleados que conlleva a errores conceptuales matemáticos. Así, por ejemplo, encontramos software educativo que permite trabajar muy fácilmente con funciones, y al solicitársele el cálculo de las raíces de $f(x) = \left(x - \sqrt{2}\right)\left(x + \sqrt{5}\right)$, arroja por resultados números racionales, cuando en realidad son dos raíces irracionales.



Asimismo, dentro del p[...]amos, es factible encontrar sintaxis de algoritmos que inducen a los mismos errores que pretendemos erradicar de nuestros alumnos. Por ejemplo, sabemos la dificultad que les ofrece a los estudiantes la concepción de "infinito" cuando trabajamos con límites, sin embargo, la sintaxis que prevé *Maple* para este tópico lleva a escribir que el valor de la variable es igual a infinito

```
> Limit(1/x,x=infinity)=limit(1/x,x=infinity);
```

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

O, para el cálculo de las raíces de una ecuación, prescinde en su sintaxis del signo igual, en tanto asume que la expresión se iguala a cero, lo que no es siempre evidente para el alumno.

```
> solve(2*x^2-4*x-30);
```

$$5, -3$$

2.4. Amenazas.

El uso de calculadoras o computadoras no implica el acortamiento de los cursos, pues con una visión simplista se podría afirmar que se están eliminando todas aquellas técnicas que se aprenden en la escuela. Si se considera a la enseñanza de la matemática orientada hacia la resolución de problemas, hacia la construcción del conocimiento por parte del alumno, hacia el aprendizaje de las principales nociones matemáticas, hacia el desarrollo de habilidades para conjeturar y razonar, así como hacia la aprehensión de una cultura matemática amplia, el aprendizaje de las técnicas no es prioritaria, aunque no es conveniente eliminarlas.

Una visión corta y miope como la de considerar que el uso de las calculadoras y las computadoras elimina la posibilidad de que el alumno desarrolle conceptos y nociones, y de que les bloquean las posibilidades de razonamiento, es tan irresponsable como pensar que van a resolver todos los problemas educativos. El uso racional y cuidadosamente planeado de actividades con estas herramientas puede permitir alargar los cursos, en el sentido de profundizar en aquellas nociones claves para cada uno de ellos. Al eliminar tiempo dedicado a los cálculos engorrosos y automáticos, al hacer a un lado las construcciones geométricas hechas a mano – que son estáticas y hasta confusas por la profusión de trazos – queda tiempo para el análisis y la interpretación de datos, es decir, para la profundización de los conceptos.

Existe el peligro de que se le otorgue una autoridad a las máquinas sobre la resolución de los problemas al aceptar el alumno cualquier respuesta que los circuitos electrónicos proporcionen. Así como se pretende que el uso de estas herramientas descarguen de los cursos tiempo que pueda ser usado en el análisis, razonamiento e interpretación de los resultados proporcionados por las máquinas, también es necesario que dentro de esos ratos de análisis y razonamiento se incluyan aspectos relacionados con estimaciones que lleven a que la validación de los resultados proporcionados por la tecnología y del conocimiento que se genera esté bajo la responsabilidad del mismo alumno.

3. Conclusiones.

Es casi un hecho innegable que el uso eficiente de la tecnología pone al alcance del docente y de sus alumnos conocimientos que hasta hace poco eran prácticamente imposibles tomar en cuenta. En general, puede decirse que los rasgos educativos más valiosos de la utilización del software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática son la interactividad y las posibilidades de animación – simulación. Pero también, puede afirmarse que uno de los problemas más graves de la actualidad consiste en que el acceso a la información se nos impone de tal modo que se producen algunas confusiones y abre las puertas a nuevos problemas.

Es responsabilidad del profesor utilizar estos medios de manera racional y conciente, así como afrontar, con una nueva postura y una nueva visión, el reto de su entrada en el campo educativo investigando y experimentando. Esto conlleva, necesariamente, a un replanteo del rol que tenemos como educadores y nos obliga a incorporarnos a los cambios que se avecinan; y como expresa Saidón (2002), todo cambio es difícil, porque los verdaderos cambios involucran la complejidad de modificar nuestras prácticas docentes.

4. Bibliografía.

- ABRATE Raquel y POCHULU Marcel (2002). *Utilitarios Geométricos, un camino hacia la Geometría Dinámica.* Ponencia registrada en las actas de la 2ª Jornada de Informática y Educación. 17 y 18 de Octubre de 2002. Universidad Nacional de Villa María.

- AFONSO GUTIÉRREZ, Rosa María (2003). *Problemas de convergencia en un contexto de software educativo*. Tesis doctoral publicada en http://euler.fmat.ull.es/~doctmat /Tesis.htm España: Universidad de La Laguna.

- BALACHEFF, Nicolás y KAPUT, Jim.(1996). Computer-Based Learning Environment in Mathematics. En Bishop, A.J. et al, *International Handbook of Mathematical Education,* pp. 469 – 501.

- de GUZMÁN, Miguel (1994), Problemas de ordenados en la educación matemática. *Vela Mayor, Revista de Anaya Educación,* Vol. 3 pp. 33 – 40.

- ESPIRO, María Susana (2003). *Geometría Dinámica ¿una nueva manera de enseñar y aprender?* Tesis de Licenciatura en Tecnología Educativa no publicada. Argentina: Universidad Tecnológica Nacional – Regional Buenos Aires.

- LARIOS Osorio, Víctor (2003). Herramientas computacionales en la enseñanza de la M-atemática. *Correo del Maestro* Nº 85.

- OLIVER, María Isabel et al (2003). Análisis del tratamiento de algunos temas de geometría en textos escolares para el tercer ciclo de la educación general básica. *Revista Iberoamericana de Educación*. Disponible en http://www.campus-oei.org/revista/did_mat14 .htm.

- ROJANO, Teresa (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: Proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 33, pp. 135–165.

- SAIDÓN, Liliana (2000). *En la búsqueda de buenos problemas para nuevas herramientas: Los utilitarios geométricos se problematizan*. Buenos Aires: Centro de Investigación Babbage.

- WATZLAWICK, Paul y KRIEG, Peter (eds.) (1995). *El ojo del observador. Contribuciones al constructivismo.* Barcelona: Gedisa.

-